UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

(DPI)

LISTA DE EXERCÍCIOS 2

RESPOSTAS

Rafael Zardo Crevelari – ES105468

Uma imagem contendo Logotipo

Descrição gerada automaticamenteDisciplina: Matemática Discreta

Professor: André Gustavo Dos Santos

21 de junho 2021

**RESPOSTAS:**

**Exercício 1:**

**Letra A)** Para começar, podemos perceber que a prova possui uma questão, com 4 opções de escolha, sabendo que podemos escolher somente 1 das 4, temos a seguinte combinação: C4,1 = 4! / (1! \* 3!) = 4. Desse modo, em uma questão temos 4 formas diferentes de escolher umas das alternativas. Sabendo que a prova possui 10 questões, em que elas devem ser respondidas sem depender da resposta anterior, é evidente que existem etapas sucessivas e independentes, considerando a regra do produto, a quantidade de possibilidades de responder essa prova de formas diferentes com relação as escolhas das alternativas se dão pela multiplicação da quantidade de possíveis escolhas de cada questão, ou seja:4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \*4 \* 4 = 410 = 1048576. Assim, existem 1048576 possibilidades diferentes de responder a prova.

**Letra B)** Para começar, podemos perceber que a probabilidade de acertar uma questão é de ¼. Sabendo que a prova possui 10 questões, em que elas devem ser respondidas sem depender da resposta anterior, é evidente que existem etapas sucessivas e independentes, considerando a regra do produto, a probabilidade de acertar todas as questões da prova de forma aleatória, se dá pela multiplicação da probabilidade de acertar cada questão, ou seja: ¼ \* ¼ \* ¼ \* ¼ \* ¼ \* ¼ \* ¼ \* ¼ \* ¼ \* ¼ = (¼)10 = 1/1048576. Assim, a probabilidade de um estudante acertar todas as questões respondendo-as de forma aleatória é de 1/1048576.

**Exercício 2:**

**Letra A)** Para começar, sabemos que uma sequência possui as letras A, C, G ou T. Sabendo disso, um elemento da sequência pode ser constituído por A, C, G ou T, ou seja, 4 opções. Diante disso, existem 4 opções para o primeiro elemento, 4 opções para o segundo elemento, 4 opções para o terceiro elemento e assim por diante até o sétimo elemento. Podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, temos que 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 = 47 = 16384. Assim, existem 16384 sequências diferentes de 7 elementos.

**Letra B)** Para começar, sabemos que uma sequência possui as letras A, C, G ou T. Sabendo disso, um elemento da sequência, desconsiderando o primeiro elemento, pode ser constituído por A, C, G ou T, ou seja, 4 opções. Diante disso, existe 1 opção para o primeiro elemento, uma vez que as sequencias devem começar com A, 4 opções para o segundo elemento, 4 opções para o terceiro elemento e assim por diante até o sétimo elemento. Podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, temos que 1 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 = 1 \* 46 = 4096. Assim, existem 4096 sequências diferentes de 7 elementos que começam com a letra A.

**Letra C)** Para descobrir as sequências que começam ou terminam com A, devemos dividir em 3 situações o problema.

1° Situação: Para começar, sabemos que uma sequência possui as letras A, C, G ou T. Sabendo disso, um elemento da sequência, desconsiderando o primeiro elemento, pode ser constituído por A, C, G ou T, ou seja, 4 opções. Diante disso, existe 1 opção para o primeiro elemento, uma vez que nessa situação as sequências devem começar com A, 4 opções para o segundo elemento, 4 opções para o terceiro elemento e assim por diante até o sétimo elemento. Podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, temos que 1 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 = 1 \* 46 = 4096. Assim, existem 4096 sequências diferentes de 7 elementos que começam com a letra A.

2° Situação: Para começar, sabemos que uma sequência possui as letras A, C, G ou T. Sabendo disso, um elemento da sequência, desconsiderando o último elemento, pode ser constituído por A, C, G ou T, ou seja, 4 opções. Diante disso, existem 4 opções para o primeiro elemento, 4 opções para o segundo elemento, 4 opções para o terceiro elemento e assim por diante até o sexto elemento, além disso existe 1 opção para o sétimo e último elemento, uma vez que nessa situação as sequências devem terminar com A. Podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, temos que 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 1 = 1 \* 46 = 4096. Assim, existem 4096 sequências diferentes de 7 elementos que terminam com a letra A.

3° Situação: Para começar, sabemos que uma sequência possui as letras A, C, G ou T. Sabendo disso, um elemento da sequência, desconsiderando o primeiro e o último elemento, pode ser constituído por A, C, G ou T, ou seja, 4 opções. Diante disso, existe 1 opção para o primeiro elemento, uma vez nessa situação as sequências devem começar com A, 4 opções para o segundo elemento, 4 opções para o terceiro elemento e assim por diante até o sexto elemento, além disso existe 1 opção para o sétimo e último elemento, uma vez que nessa situação as sequências devem terminar com A. Podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, temos que 1 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 4 \* 1 = 1 \* 1 \* 45 = 1024. Assim, existem 1024 sequências diferentes de 7 elementos que começam e terminam com a letra A.

Desse modo, para encontrar quantas sequências de 7 elementos que começam ou terminam com A, devemos somar as 4096 sequências diferentes de 7 elementos que começam com a letra A (1° Situação) com as 4096 sequências diferentes de 7 elementos que terminam com a letra A (2° Situação). Desse modo, temos 8192 sequencias diferentes, contudo, é necessário remover as sequências diferentes de 7 elementos que começam e terminam com a letra A (3° Situação), uma vez que elas estão contidas tanto nos elementos da 1° e 2° situação, portanto estão sendo contabilizados duas vezes. Assim, temos 8192 – 1024 = 7168 sequencias de 7 elementos que começam ou terminam com A.

**Letra D)** Para começar, sabemos que uma sequência possui as letras A, C, G ou T. Porém, devemos contar as sequencias que não possuem A. Sabendo disso, um elemento da sequência pode ser constituído por C, G ou T, ou seja, 3 opções. Diante disso, existem 3 opções para o primeiro elemento, 3 opções para o segundo elemento, 3 opções para o terceiro elemento e assim por diante até o sétimo elemento. Podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, temos que 3 \* 3 \* 3 \* 3 \* 3 \* 3 \* 3 = 37 = 2187. Assim, existem 2187 sequências diferentes que não possuem a letra A.

**Exercício 3:**

**Letra A)** Para começar, para encontrar um número X divisível por 3, basta dividir X por 3, caso o resto da equação seja 0, podemos concluir que X é divisível por 3. Desse modo, os números divisíveis por 3, de 1 a 50, são: 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45 e 48.

**Letra B)** Para começar, para encontrar um número X divisível por 5, basta dividir X por 5, caso o resto da equação seja 0, podemos concluir que X é divisível por 5. Desse modo, os números divisíveis por 5, de 1 a 50, são: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 e 50.

**Letra C)** Conforme a questão A e B do exercício 3, a qual foi definido como encontrar um número divisível por 3 e por 5, podemos concluir que os números divisíveis por 3 E 5, de 1 a 50, são: 15, 30 e 45.

**Letra D)** Conforme a questão A e B do exercício 3, a qual foi definido como encontrar um número divisível por 3 e por 5, podemos concluir que os números divisíveis por 3 OU 5, de 1 a 50, são: 3, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 30, 33, 35, 36, 39, 40, 42, 45, 48 e 50.

**Letra E)** Conforme a questão A e B do exercício 3, a qual foi definido como encontrar um número divisível por 3 e por 5, podemos concluir que os números divisíveis por 3, MAS NÃO POR 5, de 1 a 50, são: 3, 6, 9, 12, 18, 21, 24, 27, 33, 36, 39, 42 e 48.

**Exercício 4:**

**Letra A)** Para começar, para encontrar um número X divisível por 7, basta dividir X por 7, caso o resto da equação seja 0, podemos concluir que X é divisível por 7. Desse modo, a quantidade de números divisíveis por 7, de 1 a 1000, é 142.

Texto

Descrição gerada automaticamente

(Código em C++ auxiliar para resolução do exercício)

**Letra B)** Para começar, para encontrar um número X divisível por 11, basta dividir X por 11, caso o resto da equação seja 0, podemos concluir que X é divisível por 11. Desse modo, a quantidade de números divisíveis por 11, de 1 a 1000, é 90.

Texto

Descrição gerada automaticamente

(Código em C++ auxiliar para resolução do exercício)

**Letra C)** Conforme a questão A e B do exercício 4, a qual foi definido como encontrar um número divisível por 7 e por 11, podemos concluir que a quantidade de números divisíveis por 7 E 11, de 1 a 1000, é 12.

Texto

Descrição gerada automaticamente

(Código em C++ auxiliar para resolução do exercício)

**Letra D)** Conforme a questão A e B do exercício 4, a qual foi definido como encontrar um número divisível por 7 e por 11, podemos concluir que a quantidade de números divisíveis por 7 OU 11, de 1 a 1000, é 220.

Texto

Descrição gerada automaticamente

(Código em C++ auxiliar para resolução do exercício)

**Letra E)** Conforme a questão A e B do exercício 4, a qual foi definido como encontrar um número divisível por 7 e por 11, podemos concluir que a quantidade de números divisíveis por 7, MAS NÃO POR 11, de 1 a 1000, é 130.

**Texto

Descrição gerada automaticamente**

(Código em C++ auxiliar para resolução do exercício)

**Exercício 5:**

Para começar, devemos analisar a tabela, visualizando o aumento da quantidade de números de jogadas e o aumento do valor da aposta, com o fim de encontrar um padrão.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Número de Jogadas** | **Valor da Aposta** | **Aumento** | **Aumento em Quantidade de Vezes** |
| 6 | R$ 4,50 |  |  |
| 7 | R$ 31,50 | R$ 27,00 | O valor é 7 vezes maior que o valor de 6 jogadas |
| 8 | R$ 126,00 | R$ 94,50 | O valor é 4 vezes maior que o valor de 7 jogadas |
| 9 | R$ 378,00 | R$ 252,00 | O valor é 3 vezes maior que o valor de 8 jogadas |
| 10 | R$ 945,00 | R$ 567,00 | O valor é 2,5 vezes maior que o valor de 9 jogadas |
| 11 | R$ 2.079,00 | R$ 1.134,00 | O valor é 2,2 vezes maior que o valor de 10 jogadas |
| 12 | R$ 4.158,00 | R$ 2.079,00 | O valor é 2 vezes maior que o valor de 11 jogadas |
| 13 | R$ 7.722,00 | R$ 3.564,00 | O valor é 1,8 vezes maior que o valor de 12 jogadas |
| 14 | R$ 13.513,50 | R$ 5.791,50 | O valor é 1,75 vezes maior que o valor de 13 jogadas |
| 15 | R$ 22.522,50 | R$ 9.009,00 | O valor é 1,66 vezes maior que o valor de 14 jogadas |

Baseado na tabela apresentada, vamos analisar o aumento (1):

Podemos perceber que ao aumentar o número de jogadas, o valor do aumento não segue um padrão de aumento, com isso não conseguimos obter nenhuma progressão geométrica ou aritmética com esses valores. Desse modo, é certo que esse os valores de aumento (1) não são coerentes.

Agora analisando o aumento (2):

Podemos perceber que ao aumentar o número de jogadas, a quantidade de vezes que o valor da aposta é aumentado em relação ao anterior não segue um padrão de aumento, com isso não conseguimos obter nenhuma progressão geométrica ou aritmética com esses valores. Desse modo, não, é certo que esse os valores de aumento (2) não são coerentes.

Desse modo, baseado na análise da tabela criada e nos aumentos (1) e (2), é evidente que o aumento da quantidade de números de jogadas e o aumento do valor da aposta não são coerentes.

**Exercício 6:**

**Letra A)** Para começar, devemos analisar a formação das placas de identificação. Sabendo que as placas são da forma ABC1D23, podemos dividir cada elemento das placas. Baseado nisso, temos que o 1°(A), 2°(B), 3°(C) e 5° (D) elemento pode ser formado por qualquer uma das 26 letras do alfabeto, sem nenhuma restrição. Além disso, temos que o 4°(1), 6°(2) e 7°(3) elemento pode ser formado por qualquer um dos dígitos de 0 a 9, sem nenhuma restrição. Diante disso, temos 26 opções para o 1°, 2°, 3° e 5° elemento e 10 opções para o 4°, 6° e 7° elemento. Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 26 \* 26 \* 26 \* 10 \* 26 \* 10 \* 10 = 264 \* 103 = 456976000. Portanto, temos 456976000 configurações de placas diferentes disponíveis.

**Letra B)** Para descobrir quantas dessas placas possuem o digito zero, precisamos dividir o problema em 3 situações.

1° Situação: Um dos elementos 4°, 6° e 7° deve ser igual a zero. Dessa forma, o elemento escolhido terá 1 opção (o próprio 0) e os dois que sobraram terão 9 opcoes, ou seja, os dígitos de 1 a 9. Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 26 \* 26 \* 26 \* 1 \* 26 \* 9 \* 9 = 264 \* 1 \* 92 = 37015056. Como o valor 0 pode estar em três elementos diferentes (0,1,1 ou 1,0,1 ou 1,1,0), devemos multiplicar esse valor por 3, 3 x 37015056 = 111045168. Portanto, temos 111045168 configurações de placas diferentes com apenas um zero em algum dos dígitos 4°, 6° e 7°.

2° Situação: Dois dos elementos 4°, 6° e 7° deve ser igual a zero. Dessa forma, o primeiro elemento escolhido terá 1 opção (o próprio 0), o segundo elemento escolhido terá 1 opção (o próprio 0) e o último que sobrou terá 9 opcoes, ou seja, os dígitos de 1 a 9. Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 26 \* 26 \* 26 \* 1 \* 26 \* 1 \* 9 = 264 \* 12 \* 9 = 4112784. Como o valor 0 pode estar em três configurações de elementos diferentes (0,1,0 ou 0,0,1 ou 1,0,0), devemos multiplicar esse valor por 3, 3 x 4112784 = 12338352. Portanto, temos 12338352 configurações de placas diferentes com apenas dois zeros em algum dos dígitos 4°, 6° e 7°.

3° Situação: Todos os elementos 4°, 6° e 7° devem ser iguais a zero. Dessa forma, o primeiro elemento escolhido terá 1 opção (o próprio 0), o segundo elemento escolhido terá 1 opção (o próprio 0) e o último elemento escolhido terá 1 opção (o próprio 0). Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 26 \* 26 \* 26 \* 1 \* 26 \* 1 \* 1 = 264 \* 13 = 456976. Portanto, temos 456976 configurações de placas diferentes com apenas dois zeros em algum dos dígitos 4°, 6° e 7°.

Assim, para descobrir quantas dessas placas possuem o digito zero basta somar os valores obtidos em cada situação, as quais abordam todas as possibilidades de possuir 0 em uma placa. Sendo assim, temos 111045168 + 12338352 + 456976 = 123840496. Desse modo, podemos concluir que existem 123840496 configurações de placas com o número 0.

**Letra C)** Para descobrir se existem mais possibilidades sem repetição de caractere ou com algum repetido, devemos calcular quantas possibilidades existem em cada situação.

1° Situação (com repetição): Esta situação já foi calculada no item A do exercício 6, logo sabemos que temos 456976000 configurações de placas diferentes disponíveis com repetição.

2° Situação (sem repetição): Para começar, devemos analisar a formação das placas de identificação. Sabendo que as placas são da forma ABC1D23, podemos dividir cada elemento das placas. Baseado nisso, temos que o 1°(A), 2°(B), 3°(C) e 5° (D) elemento pode ser formado por qualquer uma das 26 letras do alfabeto, de modo que não haja repetição. Além disso, temos que o 4°(1), 6°(2) e 7°(3) elemento pode ser formado por qualquer um dos dígitos de 0 a 9, de modo que não haja repetição. Diante disso, temos 26 opções para o 1°, 25 opções para o 2°, 24 opções para o 3° e 23 opções para o 5° elemento e 10 opções para o 4°, 9 opções para o 6° e 8 opções para o 7° elemento. Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 26 \* 25 \* 24 \* 10 \* 23 \* 9 \* 8 = 258336000. Portanto, temos 258336000 configurações de placas diferentes disponíveis sem repetição.

Com isso, podemos concluir que a existem mais possibilidades de placas com repetição, uma vez que 456976000 é maior que 258336000.

**Exercício 7:**

**Letra A)** Sabendo que existem 10 pessoas no casamento, incluindo a noiva e noivo. Queremos arranjar uma fila com seis pessoas incluindo a noiva. Sabendo disso, vamos dividir a fila em seis posições 1°, 2°, 3°, 4°, 5° e 6°. Com isso, podemos ter 1 pessoa na primeira posição (a noiva), 9 pessoas na segunda, 8 pessoas na terceira, 7 pessoas na quarta, 6 pessoas na quinta e 5 pessoas na sexta. Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 1 \* 9 \* 8 \* 7 \* 6 \* 5 = 15120. Além disso, como a noiva pode estar em qualquer lugar das 6 posições, uma vez que a ordem não importa, devemos multiplicar esse valor por 6, então 6 \* 15120 = 90720. Portanto podemos arranjar a fila de 90720 formas diferentes incluindo a noiva.

**Letra B)** Sabendo que existem 10 pessoas no casamento, incluindo a noiva e noivo. Queremos arranjar uma fila com seis pessoas incluindo a noiva e o noivo. Sabendo disso, vamos dividir a fila em seis posições 1°, 2°, 3°, 4°, 5° e 6°. Com isso, podemos ter 1 pessoa na primeira posição (a noiva), 1 pessoa na segunda (o noivo), 8 pessoas na terceira, 7 pessoas na quarta, 6 pessoas na quinta e 5 pessoas na sexta. Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 1 \* 1 \* 8 \* 7 \* 6 \* 5 = 1680. Além disso, como a noiva e o noivo pode estar em qualquer lugar das 6 posições, uma vez que a ordem não importa, devemos saber quantas combinações de posições possíveis o noivo e a noiva podem estar, desse modo temos C6,2 = 6! / (2! \* 4!) = 15, com isso devemos multiplicar 1680 por 15, que resulta em 25200. Por fim, tais combinações do noivo e noiva, podem ser invertidas, logo devemos multiplicar 25200 por 2, que resulta em 50400. Portanto podemos arranjar a fila de 50400 formas diferentes incluindo a noiva e o noivo.

**Letra C)** Sabendo que existem 10 pessoas no casamento, incluindo a noiva e noivo. Queremos arranjar uma fila com seis pessoas incluindo a noiva ou o noivo. Sabendo disso, vamos dividir a fila em seis posições 1°, 2°, 3°, 4°, 5° e 6°. Com isso, podemos ter 2 pessoas na primeira posição (a noiva ou o noivo), 9 pessoas na segunda, 8 pessoas na terceira, 7 pessoas na quarta, 6 pessoas na quinta e 5 pessoas na sexta. Assim, podemos perceber etapas sucessivas, logo pela regra do produto, 2 \* 9 \* 8 \* 7 \* 6 \* 5 = 30240. Além disso, como a noiva e o noivo podem estar em qualquer lugar das 6 posições, uma vez que a ordem não importa, devemos multiplicar esse valor por 6, então 6 \* 30240 = 181440. Portanto podemos arranjar a fila de 181440 formas diferentes incluindo a noiva ou noivo.

**Exercício 8:**

Sabendo que existem 10 pessoas e queremos agrupar essas pessoas em grupos de 4, podemos saber quantos grupos serão gerados através da combinação C10,4 = 10! / (4! \* 6!) = 210. Desse modo, temos 210 grupos. Como queremos colocar esses grupos em uma mesa circular que cabe 4 pessoas, temos uma permutação circular, que é definida pela formula PnC = (N - 1)! onde N a quantidade de elementos que formam o círculo da permutação circular. Sendo assim, como temos 4 pessoas em uma mesa, substituindo na formula P4C = (4 – 1)! = 6. Desse modo, podemos configurar de 6 formas os círculos de 4 pessoas, e como são 210 grupos possíveis, podemos multiplicar esses valores pela regra do produto, assim 210 \* 6 = 1260. Logo, temos 1260 formas diferentes podemos acomodar 4 de um grupo de 10 pessoas em uma mesa circular.

**Exercício 9:**

Para encontrar quantas variáveis diferentes poderiam ser nomeadas em C devemos dividir este problema em 8 situações.

Notação:  
Letra Maiúsculas = LA - Letra Minúsculas = LI - Dígitos = DG - Underscore = U;

1° Situação: Considerando uma variável com 1 elemento, podemos dividir a variável em 1° elemento. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U). Com isso, com variável de um elemento podemos escrever 53 variáveis diferentes.

2° Situação: Considerando uma variável com 2 elementos, podemos dividir a variável em 1° e 2° elementos. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U) e 63 opções para o segundo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG). Com isso, pela regra do produto, temos que 53 \* 63 corresponde ao total de variáveis que podem ser escritos com uma variável de dois elementos.

3° Situação: Considerando uma variável com 3 elementos, podemos dividir a variável em 1°, 2° e 3° elementos. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U), 63 opções para o segundo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG) e 63 opções para o terceiro elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG). Com isso, pela regra do produto, temos que 53 \* 632 corresponde ao total de variáveis que podem ser escritos com uma variável de três elementos.

4° Situação: Considerando uma variável com 4 elementos, podemos dividir a variável em 1°, 2°, 3° e 4° elementos. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U), 63 opções para o segundo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o terceiro elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG) e 63 opções para o quarto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG). Com isso, pela regra do produto, temos que 53 \* 633 corresponde ao total de variáveis que podem ser escritos com uma variável de quatro elementos.

5° Situação: Considerando uma variável com 5 elementos, podemos dividir a variável em 1°, 2°, 3°, 4° e 5° elementos. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U), 63 opções para o segundo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o terceiro elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o quarto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG) e 63 opções para o quinto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG). Com isso, pela regra do produto, temos que 53 \* 634 corresponde ao total de variáveis que podem ser escritos com uma variável de cinco elementos.

6° Situação: Considerando uma variável com 6 elementos, podemos dividir a variável em 1°, 2°, 3°, 4°, 5° e 6° elementos. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U), 63 opções para o segundo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o terceiro elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o quarto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o quinto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG) e 63 opções para o sexto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG). Com isso, pela regra do produto, temos que 53 \* 635 corresponde ao total de variáveis que podem ser escritos com uma variável de seis elementos.

7° Situação: Considerando uma variável com 7 elementos, podemos dividir a variável em 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6° e 7° elementos. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U), 63 opções para o segundo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o terceiro elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o quarto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o quinto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o sexto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG) e 63 opções para o sétimo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG). Com isso, pela regra do produto, temos que 53 \* 636 corresponde ao total de variáveis que podem ser escritos com uma variável de sete elementos.

8° Situação: Considerando uma variável com 8 elementos, podemos dividir a variável em 1°, 2°, 3°, 4°, 5°, 6°, 7° e 8° elementos. Sabendo disso, temos 53 opções para o primeiro elemento (26LA + 26LI + 1U), 63 opções para o segundo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o terceiro elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o quarto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o quinto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o sexto elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG), 63 opções para o sétimo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG) e 63 opções para o oitavo elemento (26LA + 26LI + 1U + 10DG). Com isso, pela regra do produto, temos que 53 \* 637 corresponde ao total de variáveis que podem ser escritos com uma variável de oito elementos.

Dessa forma, encontramos todas as situações para uma variável de tamanho menor ou igual a 8 elementos e maior ou igual a 1 elemento. Com isso, a soma dos valores encontrados em cada situação corresponde quantas variáveis diferentes poderiam ser nomeadas em C. Assim, pela regra da soma, temos que 53 + 53 \* 63+ 53 \* 632 + 53 \* 633 + 53 \* 634 + 53 \* 635 + 53 \* 636 + 53 \* 637 corresponde ao valor de quantas variáveis diferentes poderiam ser nomeadas em C.

**Exercício 10:**

**Letra A)** Considerando as permutações de ABCDEFGH, queremos que suas permutações contenham a string CD. Sabendo disso, podemos dividir os elementos de ABCDEFGH em primeiro, em segundo, em terceiro e até o oitavo elemento. Como queremos que as permutações de ABCDEFGH contenham a string CD, devemos considerar CD como um único elemento (bloco único). Desse modo, temos 7 opções para o primeiro elemento, 6 opções para o segundo elemento, 5 opções para o terceiro elemento, 4 opções para o quarto elemento, 3 opções para o quinto elemento, 2 opções para o sexto elemento e por fim 1 opção para o 7 elemento. Com isso, podemos perceber uma permutação de 7! = 5040. Com isso, temos 5040 permutações de ABCDEFGH que contêm a string CD.

**Letra B)** Considerando as permutações de ABCDEFGH, queremos que suas permutações contenham a string CD e FGH. Sabendo disso, podemos dividir os elementos de ABCDEFGH em primeiro, em segundo, em terceiro e até o oitavo elemento. Como queremos que as permutações de ABCDEFGH contenham a string CD e FGH, devemos considerar CD e FGH como um único elemento (bloco único). Desse modo, temos 5 opções para o primeiro elemento, 4 opções para o segundo elemento, 3 opções para o terceiro elemento, 2 opções para o quarto elemento e 1 opções para o quinto elemento. Com isso, podemos perceber uma permutação de 5! = 120. Com isso, temos 120 permutações de ABCDEFGH que contêm a string CD e FGH.

**Letra C)** Considerando as permutações de ABCDEFGH, queremos que suas permutações contenham a string AB, CD e GH. Sabendo disso, podemos dividir os elementos de ABCDEFGH em primeiro, em segundo, em terceiro e até o oitavo elemento. Como queremos que as permutações de ABCDEFGH contenham a string AB, CD e GH, devemos considerar AB, CD e GH como um único elemento (bloco único). Desse modo, temos 5 opções para o primeiro elemento, 4 opções para o segundo elemento, 3 opções para o terceiro elemento, 2 opções para o quarto elemento e 1 opções para o quinto elemento. Com isso, podemos perceber uma permutação de 5! = 120. Com isso, temos 120 permutações de ABCDEFGH que contêm a string AB, CD e GH.

**Letra D)** Considerando as permutações de ABCDEFGH, queremos que suas permutações contenham a string ABC e CDE. Sabendo disso, podemos dividir os elementos de ABCDEFGH em primeiro, em segundo, em terceiro e até o oitavo elemento. Como queremos que as permutações de ABCDEFGH contenham a string ABC e CDE, devemos considerar somente uma string ABCDE pois as strings ABC e CDE compartilham uma mesma letra (letra C), logo devemos considerar ABCDE como um único elemento (bloco único). Desse modo, temos 4 opções para o primeiro elemento, 3 opções para o segundo elemento, 2 opções para o terceiro elemento e 1 opcao para o quarto elemento. Com isso, podemos perceber uma permutação de 4! = 24. Com isso, temos 24 permutações de ABCDEFGH que contêm a string ABC e CDE.

**Letra E)** Considerando as permutações de ABCDEFGH, queremos que suas permutações contenham a string ABC e HCB. Sabendo disso, podemos dividir os elementos de ABCDEFGH em primeiro, em segundo, em terceiro e até o oitavo elemento. Contudo, devido a disposição dos elementos B e C em ambos as strings é impossível que eles coexistam em uma mesma sequência, uma vez que na string ABC, a ordem dessas duas letras esta invertida em relação à string HCB. Ademais, a letra A e a letra H competem pelo mesmo espaço nas strings, portanto o número de permutações que contêm as strings ABC e HCB é igual a 0.

**Exercício 11:**

**Letra A)** Sabendo que existem uma string de 16 bits, queremos encontrar quantos existem contento exatamente 5 bits 1. Diante disso, sabemos que os bits não preenchidos por 1, serão preenchidos por 0. Baseado nisso, podemos calcular através da permutação simples. Com isso, temos C16,5 = 16! / (5! \* 11!) = 4368. Logos, temos 4368 strings possíveis.

**Letra B)** Sabendo que existem uma string de 16 bits, queremos saber em quantos desses 5 bits 1 não existem 1’s consecutivos. Para isso, precisamos encontrar o total de strings possíveis de se formar com 5 bits e subtrair as strings que possuem pelo menos dois 1’s consecutivos, assim teremos o total de strings que não contam com 1’s consecutivos. Para isso, devemos dividir esse problema em 6 situações:

1° Situação (5 bits 1’s consecutivos): Devemos calcular quantas formas existem da string com 5 bits consecutivos

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Casos** |  | | | | | | | | | | | | | | | | **Formas** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 2 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | Total = 12 |

2° Situação (4 bits 1’s consecutivos): Devemos calcular quantas formas existem da string com 4 bits consecutivos.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Casos** |  | | | | | | | | | | | | | | | | **Formas** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 11! / (10! \* 1!) = 11 |
| 2 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 3 |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 4 |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 5 |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 6 |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 7 |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 10! / (9! \* 1!) = 10 |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 11! / (10! \* 1!) = 11 |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | Total = 122 |

3° Situação (3 bits 1’s consecutivos): Devemos calcular quantas formas existem da string com 3 bits consecutivos.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Casos** |  | | | | | | | | | | | | | | | | **Formas** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 12! / (10! \* 2!) = 66 |
| 2 |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 3 |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 4 |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 5 |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 6 |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 7 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |  | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 11! / (10! \* 2!) = 55 |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 1 | 12! / (10! \* 2!) = 66 |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | Total = 682 |

4° Situação (2 bits 1’s consecutivos): Devemos calcular quantas formas existem da string com 2 bits consecutivos.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Casos** |  | | | | | | | | | | | | | | | | **Formas** |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 13! / (10! \* 3!) = 286 |
| 2 |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 3 |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 4 |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 5 |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 6 |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 7 |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 13 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 12! / (9! \* 3!) = 220 |
| 14 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 13! / (10! \* 3!) = 286 |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | Total = 3212 |

5° Situação (2 bits 1’s e 3 bits 1’s consecutivos): Precisamos remover esses elementos da contagem pois estão já foram contabilizados:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Casos** |  | | | | | | | | | | | | | | | | **Consecutivos com 3 bits 1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 11 |
| 2 |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 9 |
| 3 |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |
| 4 |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |
| 5 |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  | 8 |
| 6 |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  | 8 |
| 7 |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  | 8 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  | 8 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  | 8 |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  | 8 |
| 11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  | 8 |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 9 |
| 13 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 10 |
| 14 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 11 |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | Total = 122 |

6° Situação (2 bits 1’s e 2 bits 1’s consecutivos): Precisamos remover esses elementos da contagem pois estão já foram contabilizados:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Casos** |  | | | | | | | | | | | | | | | | **Sobrepostos com 2 bits 1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 11 |
| 2 |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 10 |
| 3 |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 10 |
| 4 |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 10 |
| 5 |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  |  | 10 |
| 6 |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  |  | 10 |
| 7 |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |  | 10 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  |  | 10 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  |  | 10 |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  |  | 10 |
| 11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  |  | 10 |
| 12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 |  | 10 |
| 13 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 0 | 11 |
| 14 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 1 | 1 | 11 |
|  | | | | | | | | | | | | | | | | | Total = 143 |

Logo, a quantidade de formas possíveis de formar as strings com pelo menos 2 bits 1’s consecutivos é de 12 + 122 + 682 + 3212 – 122 – 143 = 3763 formas. Desse modo, temos que 4368 - 3763 = 605. Logo, existem 792 formas sem bits 1 's consecutivos

**Exercício 12:**

**Letra A)** Sabendo que existem 9 homens e 7 mulheres, temos um total de 16 pessoas para formar uma comissão de 5 membros. Além disso, deve haver pelo menos 1 mulher no comitê, podemos escolher 1 das 7 mulheres e 4 dos 15 membros restantes para complementar o comitê. Com isso, temos 7 \* C15,4 = 7 \* 15! / (4! \* 11!) = 9555 formas. Contudo, como a mulher pode estar em qualquer uma das 5 posições, pela regra da divisão, devemos dividir esse valor por 5 para remover os valores com repetições, com isso temos 9555 / 5 = 1911. Logo, temos 1911 formas de criar uma comissão com 5 membros com pelo menos uma mulher.

**Letra B)** Sabendo que existem 9 homens e 6 mulheres, temos um total de 16 pessoas para formar uma comissão de 5 membros. Além disso, deve haver pelo menos 1 mulher e pelo menos 1 homem no comitê. Diante disso, para encontrarmos quantas comissões são possíveis com essa condição, devemos dividir o problema em 3 situações:

1° Situação (Comitês formados independente do sexo): Sabendo que existem 9 homens e 7 mulheres, temos um total de 16 pessoas para formar uma comissão de 5 membros. Como não há restrições no problema, podemos utilizar a fórmula de combinação. Com isso, temos C16,5 = 16! / (5! \* 11!) = 4368. Logo, temos 4368 formas de criar uma comissão com 5 membros independente do sexo.

2° Situação (Comitês formados somente por mulheres): Sabendo que existem 9 homens e 7 mulheres, temos um total de 16 pessoas para formar uma comissão de 5 membros. Como não há restrições no problema, podemos utilizar a fórmula de combinação. Com isso, temos C7,5 = 7! / (5! \* 2!) = 21. Logo, temos 21 formas de criar uma comissão com 5 membros somente com mulheres.

3° Situação (Comitês formados somente por homens): Sabendo que existem 9 homens e 7 mulheres, temos um total de 16 pessoas para formar uma comissão de 5 membros. Como não há restrições no problema, podemos utilizar a fórmula de combinação. Com isso, temos C9,5 = 9! / (5! \* 4!) = 126. Logo, temos 126 formas de criar uma comissão com 5 membros somente com homens.

Desse modo, para saber quantas comissões de 5 pessoas são possíveis com pelo menos 1 homem e pelo menos 1 mulher, basta subtrair o número de comitês formados somente por homens (3° Situação) e subtrair o número de comitês formados somente por mulheres (2° Situação) do número de comitês formados independente do sexo (1° Situação). Com isso temos, 4368 - 21 - 126 = 4221. Logo, temos 4221 formas de criar uma comissão de 5 membros com pelo menos um homem e pelo menos uma mulher.

**Exercício 13:**

**Letra A)** Supondo que 6 computadores sejam colocados em 3 laboratórios, queremos saber de quantas formas isso pode ser feito se os computadores e laboratórios são considerados idênticos. Sabendo que os computadores e laboratórios são iguais, desse modo não importa em qual laboratório eles estão. Com isso, podemos dividi-los da seguinte forma:

Sendo LB1 o laboratório 1, LB2 o laboratório 2 e LB3 o laboratório 3, temos:

* 2 computadores no LB1, 2 computadores no LB2 e 2 computadores no LB3;
* 3 computadores no LB1, 1 computador no LB2 e 2 computadores no LB3;
* 3 computadores no LB1 e 3 computadores no LB2;
* 4 computadores no LB1 e 2 computadores no LB2;
* 4 computadores no LB1, 1 computador no LB2 e 1 computador no LB3;
* 5 computadores no LB1 e 1 computador no LB2.
* 6 computadores no LB1.

Com isso, podemos concluir que existem 7 casos.

**Letra B)** Supondo que 6 computadores sejam colocados em 3 laboratórios, queremos saber de quantas formas isso pode ser feito se os computadores são considerados idênticos, mas os laboratórios não. Sabendo que estamos distribuindo 6 objetos iguais em 3 locais diferentes, então temos combinação com repetição. Com isso, temos 8! / (6! \* 2!) = 28. Logo, temos 28 formas que isso pode ser feito.

**Letra C)** Supondo que 6 computadores sejam colocados em 3 laboratórios, queremos saber de quantas formas isso pode ser feito se os laboratórios são considerados idênticos, mas os computadores não. Como os laboratórios são idênticos, podemos fazer as seguintes combinações:

* 2 computadores no LB1, 2 computadores no LB2 e 2 computadores no LB3 – Conseguimos distribuir de 45 formas diferentes;
* 3 computadores no LB1, 1 computador no LB2 e 2 computadores no LB3 – Conseguimos distribuir de 30 formas diferentes;
* 3 computadores no LB1 e 3 computadores no LB2 – Conseguimos distribuir de 20 formas diferentes;
* 4 computadores no LB1 e 2 computadores no LB2 – Conseguimos distribuir de 15 formas diferentes;
* 4 computadores no LB1, 1 computador no LB2 e 1 computador no LB3 – Conseguimos distribuir de 15 formas diferentes;
* 5 computadores no LB1 e 1 computador no LB2 – Conseguimos distribuir de 6 formas diferentes.
* 6 computadores no LB1 – Conseguimos distribuir de 0 formas diferentes

Com isso, existem 131 formas que isso pode ser feito.

**Letra D)** Supondo que 6 computadores sejam colocados em 3 laboratórios, queremos saber de quantas formas isso pode ser feito se os computadores e os laboratórios são considerados distintos. Sabendo que ambos são considerados distintos, podemos fazer as seguintes combinações:

* 2 computadores no LB1, 2 computadores no LB2 e 2 computadores no LB3:
  + 3 \* 2 \* (6! / (2! \* 4!)) \* ((4! / 2! \* 2!)) = 540 formas;
* 3 computadores no LB1, 1 computador no LB2 e 2 computadores no LB3;
  + 3 \* 2 \* (6! / (3! \* 3!)) \* ((3! / 2! \* 1!)) = 360 formas;
* 3 computadores no LB1 e 3 computadores no LB2;
  + 3 \* 2 \* (6! / (3! \* 3!)) = 120 formas;
* 4 computadores no LB1 e 2 computadores no LB2;
  + 3 \* 2 \* (6! / (2! \* 4!)) = 90 formas;
* 4 computadores no LB1, 1 computador no LB2 e 1 computador no LB3;
  + 3 \* 2 \* (6! / (2! \* 4!)) \* 2 = 180 formas;
* 5 computadores no LB1 e 1 computador no LB2.
  + 3 \* 2 \* (6! / (5! \* 1!)) = 36 formas;
* 6 computadores no LB1.
  + 3 formas;

Logo, pela regra da soma, temos 540 + 360 + 120 + 90 + 180 + 36 + 3 = 1.326 formas que isso pode ser feito.

**Exercício 14:**

Sabendo que temos de sair do ponto (0,0,0) e chegar no ponto (2,4,3), em que cada movimento é um passo unitário na direção positiva de X, Y ou Z. Diante disso, é notável que devemos andar 2 unidades para direção de X, 4 unidades para direção de Y e 3 unidades para direção de Z. Com isso, podemos perceber que devemos fazer todos esses momentos, independente da ordem de movimentá-los, com isso podemos concluir que a ordem não importa. Dessa forma, devemos permutar esses movimentos, removendo suas respectivas repetições, uma vez que a ordem não importa. Assim, temos que 9! / (2! \* 4! \* 3!) = 1260. Logos, podemos concluir que existem 1260 maneiras diferentes de chegar no ponto (2,4,3).

**Exercício 15:**

**Letra A)** Sabendo que devemos encontrar diferentes existem para a equação x1 + x2 + x3 + x4 = 16 com xi ≥ 0. Percebe-se que podemos selecionar 16 vezes entre 4 opcoes (x1, x2, x3, x4). Diante disso, percebe-se que podemos aplicar a formula de combinação por repetição, em que N = 4 e R = 16. Com isso, temos que 19! / (16! \* 3!) = 969. Logo, existem 969 soluções diferentes.

**Letra B)** Sabendo que devemos encontrar diferentes existem para a equação x1 + x2 + x3 + x4 = 16 com xi ≥ i. Diante disso, temos x1 = 1, x2 = 2, x3 = 3, x4 = 4. Percebe-se que já foram feitas 10 seleções, como queremos 16, faltam apenas 6. Diante disso, percebe-se que podemos aplicar a formula de combinação por repetição, em que N = 4 e R = 6. Com isso, temos que 9! / (6! \* 3!) = 84. Logo, existem 84 soluções diferentes.